INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN
BRĂILA

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ, 22.02.2015
CLASA A XI-A
PROFIL ŞTIINȚE ALE NATURII

1. Fie matricea $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(R)$. Notăm $a+d=TrA$ şi $\det(A)=ad-bc$.

a) Să se arate că are loc relația: $A^2-Tr(A)\cdot A+\det(A)\cdot I_2=0_2$.

b) Dacă $A^{2015}=0_2$, arătați că $A^2=0_2$.

c) Să se determine $X\in M_2(R)$ dacă $X^n=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Fie $f:(0,\infty)\to R,\ f(x)=\left(\dfrac{2^x+3^x+4^x}{3}\right)^{\frac{1}{x}}$.

a) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$.

b) Să se studieze dacă există P funcție polinomială astfel încât $f(x)=P(x),\ \forall x>0$.

3. Se consideră mulțimile $M=\left\{\begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{pmatrix} / a,b,c\in N\right\}$ şi

$K=\{\ n\in N / n=a^3+b^3+c^3-3abc, a,b,c\in N\}$. Să se arate că:

a) dacă $A,B\in M$, atunci $AB\in M$.

b) Există o funcție $f:M\to K,\ f(A)=\det A$, astfel încât $f(A\cdot B)=f(A)\cdot f(B), \forall A,B\in M$

c) $(a+b+c)$ divide $\det(A)$

4. a) Demonstrați că graficul funcției $f:R\setminus\{-1,1\}\to R,\ f(x)=\dfrac{x^3-2x^2-x+2}{x^2-1}$ nu admite asimptote verticale.

b) Se consideră funcțiile $f,g:R\to R.$ Se ştie că graficele lui f şi g admit ca asimptote la $+\infty$ dreptele de ecuații $y=4$,respectiv $y=1$. Calculați $\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-g(x))$.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii .
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.
Timp de lucru trei ore.

Subiectele au fost propuse de *prof.Boicescu Nazeli, Covaci Daniela, Murea Roxandra*

Succes!